BINOMUL LUI NEWTON

Formula de recurenţă$C_n^k=C_{n-1}^k+C_{n-1}^{k-1}$

Cu ajutorul ei realizăm triunghiul lui Pascal

$$(a+b)^n=?$$

$$(a+b)^1=a+b$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

….

1 1

1 2 1

1 3 3 1

$$\boxed{(a+b)^n=C_n{}^0a^n+C_n{}^1a^{n-1}b+C_n{}^2a^{n-2}b^2+\cdots+C_n{}^nb^n}$$

Formula binomului lui Newton

Applicatii Pb rez manual pag 178, E1 manual pag 184

$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$$

se numeşte termenul general al dezvoltării

- K+1=se numeste rangul termenului
- Aplicatii E2, E3, E4, E5, E6, E7 manual pag 184.

Observăm cā

$$(a-b)^n = C_n^0 a^n - C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 - \ldots +$$

$$+ (-1)^k C_n^k a^{n-k} b^k + \ldots + (-1)^{n-1} C_n^{n-1} a b^{n-1} + (-1)^n C_n^n b^n$$

- Obs:

1) in dezvoltarea $(a+b)^n$, dupa formula lui Newton, sunt n+1 termeni.

2) $C_n^0, C_n^1, C_n^2, \ldots, C_n^n$ se numesc coeficienti binomiali

3)Vom face distincţie intre coeficientul unui termen al dezvoltarii si coeficientul binomial al aceluiasi termen.

Aplicatie E8 Manual pag 184

4) Pentru a determina rangul celui mai mare termen folosim :

$$\begin{cases} T_k \geq T_{k+1} \\ T_k \geq T_{k-1} \end{cases}$$

de unde trebuie determinat k-număr natural.

Aplicatie A7 manual pag 185

- 5) In dezvoltarea $(a+b)^n$ si $(a-b)^n$, daca $a=b=1$ atunci:

$$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\ldots+C_n^n=2^n$$

$$C_n^0-C_n^1+C_n^2-\ldots+(-1)^n C_n^n=0$$

de unde

$$C_n^0+C_n^2+C_n^4+\ldots=C_n^1+C_n^3+C_n^5+\ldots=2^{n-1}$$

Aplicatie A4 manual pag 185

6) Identitatile utile:

$C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-2}^{k-1} + \ldots + C_{k-1}^{k-1}$

$C_{n+k}^k = C_n^0 C_m^k + C_n^1 C_m^{k-1} + \ldots + C_n^k C_m^0$

7) Suma puterilor asemenea ale primelor n numere naturale

Fie $k \geq 1$ un numar natural si

$S_k = 1^k + 2^k + 3^k + \ldots + n^k$

Folosim dezvoltarea $(a+1)^2=a^2+2a+1$ pentru demonstratie unde $a=1,2,\dots n$.

Folosim dezvoltarea $(a+1)^3=a^3+3a^2+3a+1$, pentru demonstratie, unde $a=1,2,\dots n$.

Folosim dezvoltarea $(a+1)^4=a^4+4a^3+6a^2+4a+1$, pentru demonstratie, unde $a=1,2,\dots n$

De aici se pot calcula sumele puterilor de ordinul k.

Prof. D. Catana