

# BINOMUL LUI NEWTON

$$(a + b)^n = ?$$

$$(a + b)^1 = a + b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

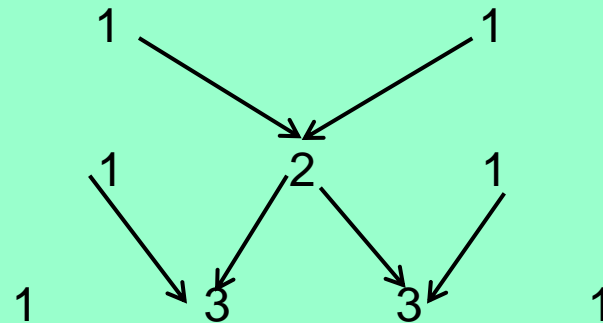
$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

....

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + \dots + C_n^n b^n$$

Formula de recurență  $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$

Cu ajutorul ei realizăm triunghiul lui Pascal



Formula binomului lui Newton

$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$$

se numește termenul general al dezvoltării

- $k+1$ =se numeste rangul termenului
- Aplicații E2, E3, E4, E5, E6, E7 manual pag 184.

Observăm că

$$(a-b)^n = C_n^0 a^n - C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 - \dots + \\ + (-1)^k C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + (-1)^{n-1} C_n^{n-1} a b^{n-1} + (-1)^n C_n^n b^n$$

- Obs:

1) in dezvoltarea  $(a+b)^n$ , dupa formula lui Newton, sunt  $n+1$  termeni.

2)  $C_n^0, C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^n$  se numesc coeficienti binomiali

3) Vom face distincție între coeficientul unui termen al dezvoltării și coeficientul binomial al aceluiași termen.

Aplicatie E8 Manual pag 184

4) Pentru a determina rangul celui mai mare termen folosim :

$$\begin{cases} T_k \geq T_{k+1} \\ T_k \geq T_{k-1} \end{cases}$$

de unde trebuie determinat k-număr natural.

Aplicatie A7 manual pag 185

- 5) In dezvoltarea  $(a+b)^n$  si  $(a-b)^n$ , daca  $a=b=1$  atunci:

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$$

$$C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 0$$

de unde

$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \dots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \dots = 2^{n-1}$$

Aplicatie A4 manual pag 185

## 6) Identitatile utile:

$$C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-2}^{k-1} + \dots + C_{k-1}^{k-1}$$

$$C_{n+k}^k = C_n^0 C_m^k + C_n^1 C_m^{k-1} + \dots + C_n^k C_m^0$$

## 7) Suma puterilor asemenea ale primelor n numere naturale

Fie  $k \geq 1$  un numar natural si

$$S_k = 1^k + 2^k + 3^k + \dots + n^k$$

Folosim dezvoltarea  $(a+1)^2=a^2+2a+1$  pentru demonstratie unde  $a=1,2,\dots,n$ .

Folosim dezvoltarea  $(a+1)^3=a^3+3a^2+3a+1$ , pentru demonstratie, unde  $a=1,2,\dots,n$ .

Folosim dezvoltarea  
 $(a+1)^4=a^4+4a^3+6a^2+4a+1$ , pentru demonstratie, unde  $a=1,2,\dots,n$

De aici se pot calcula sumele puterilor de ordinul  $k$ .